

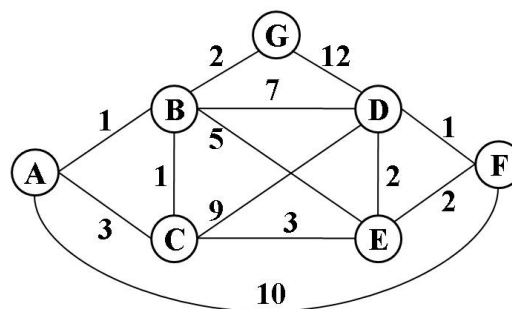
Exercice I: Fondamentaux (10 minutes - 12 points)

Considérons un graphe non orienté $G = (V, E)$ avec des poids non négatifs $w(i, j) \geq 0$ sur ses arêtes $ij \in E$. Soit s un sommet. On suppose déjà calculés les chemins les plus courts à partir de s , et l'arbre couvrant minimal du graphe. Supposons maintenant le poids de chaque arête est augmenté de 1 : $w'(i, j) = w(i, j) + 1$ pour tous $ij \in E$:

1. L'arbre couvrant minimum changerait-il? Donner un exemple où il change ou bien prouver qu'il ne peut pas changer.
2. Les chemins les plus courts changeraient-ils? Donner un exemple où au moins l'un d'eux change ou bien prouver qu'ils ne peuvent pas changer.

Exercice II : Salle de conférence la plus proche (15 minutes - 15 points)

Considérons le graphe pondéré non orienté suivant, avec 7 sommets et 14 arêtes. Les sommets représentent les salles de conférence de la faculté. Une arête ij indique qu'il existe un chemin direct entre les salles i et j , tandis que les poids représentent la longueur de ce chemin, où l'unité est de 100 m.



1. Parcourir l'algorithme de Dijkstra pour calculer les chemins les plus courts à source unique, depuis la salle A à toutes les autres salles.
2. Donner l'arbre des chemins les plus courts obtenu, de racine A, montrant les distances de A à toutes les autres pièces, en mètres..

Exercice III : Beyrouth Rescue (40 minutes - 20 points)

Les dernières manifestations dans le centre-ville de Beyrouth ne se sont pas déroulées sans heurts et certains participants ont dû être conduits à un traitement médical d'urgence à l'hôpital universitaire Rafic Hariri. Au total, 150 blessés ont dû subir une transfusion d'une poche de sang. L'hôpital avait 155 sacs en stock. La répartition des groupes sanguins dans l'approvisionnement et parmi les participants ayant besoin de sang est indiquée dans le tableau ci-dessous (la dernière partie est écrite comme demande).

Groupe sanguin	A	B	O	AB
Sacs en stock	44	31	42	38
Demande	37	33	40	40

- Les patients de type A ne peuvent recevoir que du sang de type A ou de type O.
- Les patients de type B ne peuvent recevoir que le type B ou le type O.
- Les patients de type O ne peuvent recevoir que le type O.
- Les patients de type AB peuvent recevoir l'un des quatre types

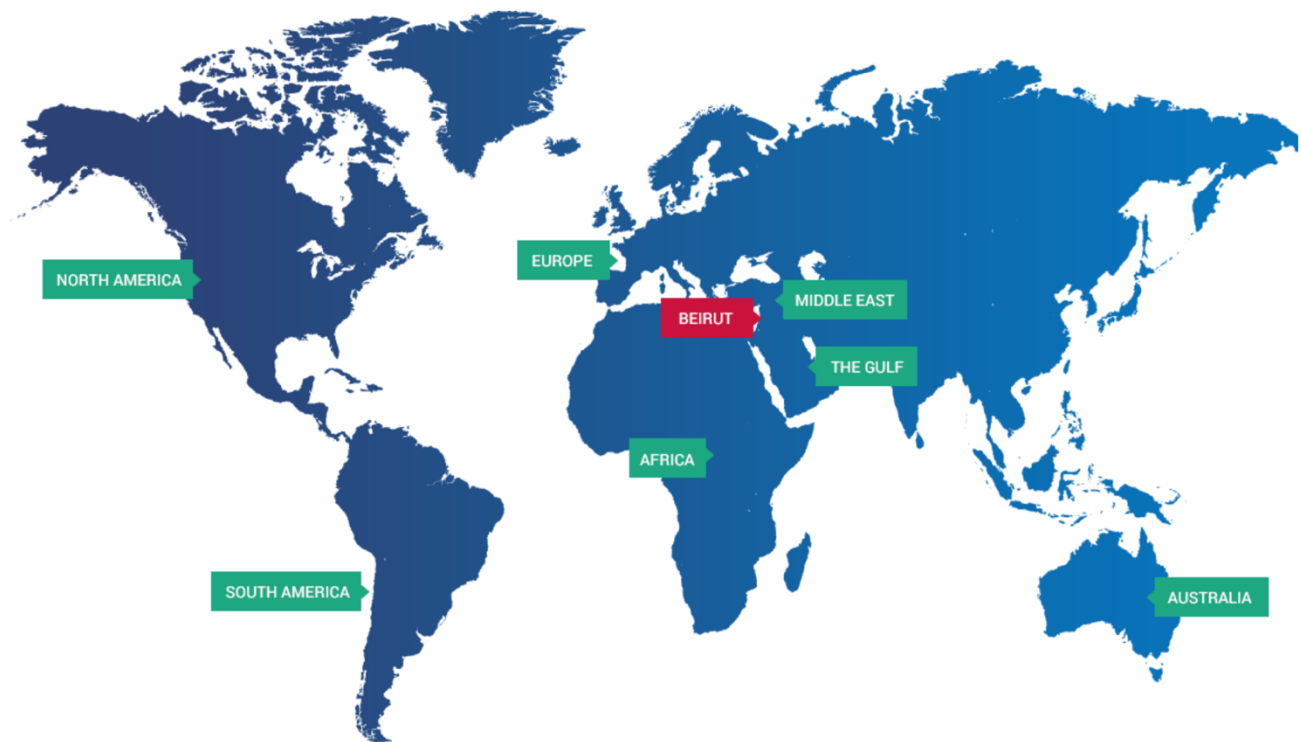
1. Représenter le problème de distribution du sang comme un réseau de flux (transport) N . Dessiner N montrant les sommets, les arcs et leurs capacités.
2. Dire quelle valeur de flux il faut rechercher et comment l'interpréter comme une affectation appropriée des poches de sang.

3. Résoudre le problème en appliquant l'algorithme adéquat, afin de satisfaire le nombre maximum de demandes de transfert de sang.
4. Fournir une affectation possible des poches de sang, trouvée par l'algorithme de flux ci-dessus.

Exercice IV : Crise MEA (40 minutes - 23 points)

Middle East Airlines (MEA) relie Beyrouth **BEY** et 7 villes chacune dans une région: Amérique du Nord (New York **JFK**), Amérique du Sud (Sao Paulo **SAO**), Europe (Paris **CDG**), Afrique (Abidjan **ABJ**), Moyen-Orient (Istanbul **IST**), Le Golfe (Dubai **DXB**) et l'Australie (Sydney **SYD**).

Network



Les tarifs, en centaines de dollars, pour les vols directs entre les aéroports correspondants sont donnés dans le tableau suivant, notez que la matrice est symétrique:

	BEY	JFK	SAO	CDG	ABJ	IST	DXB	SYD
BEY		20	22	12	9	3	4	30
JFK			15	13	16	17	23	40
SAO				17	12	21	20	23
CDG					16	7	9	34
ABJ						10	8	20
IST							3	30
DXB								28
SYD								

1. Considérer le graphe des vols, où les sommets représentent les 8 aéroports et les arêtes représentent les vols directs pondérés avec les coûts. Est-ce un graphe complet? Pourquoi?
2. MEA fait face à des problèmes financiers en raison de la crise économique qui touche le Liban. La société décide de supprimer certains vols directs de son réseau, tout en le gardant connecté avec le nombre minimum d'arêtes et un coût total minimum. Appliquer un algorithme approprié qui indique les vols à conserver. Que lest le type de réseau obtenu?
3. Supposons maintenant, qu'il y ait une contrainte à la décision de MEA, par laquelle ils veulent maintenir le vol direct entre Beyrouth et Paris pour des raisons politiques. Quelle approche adopteriez-vous pour satisfaire la demande, tout en gardant le minimum de vols et de coûts possible? Expliquer. Ne pas appliquer, mais simplement expliquer.