

Exercice I: Notions fondamentales (7 points)

Partie A

Considérons le graphe orienté $G = (V, E)$ où $V = \{a, b, c, d, e\}$ et $E = \{(a, b), (a, c), (b, c), (b, d), (c, d), (c, e), (d, e)\}$.

1. Trouver la matrice d'adjacence et la liste d'adjacence du graphe G . En déduire les degrés sortants et les degrés entrants des sommets.
2. Ce graphe est-il biparti? Pourquoi ou pourquoi pas?
3. Ce graphe est-il eulérien? En déduire en une condition nécessaire pour qu'un graphe dirigé soit eulérien.

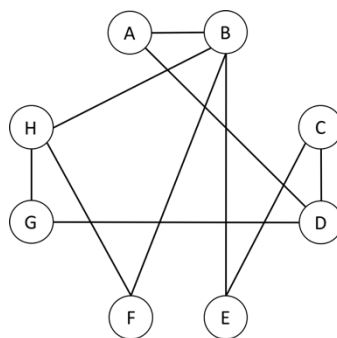
Part B

Quatre couples se sont rencontrés lors d'une conférence, où chacun doit se serrer la main avec les autres, à l'exception de son conjoint.

1. Représenter le problème donné par un graphe où les sommets et les arêtes doivent être déterminés.
2. Le graphe obtenu est-il complet? Eulérien? Expliquer.
3. Le graphe obtenu est-il hamiltonien? Si oui, donnez un cycle hamiltonien. Que signifie un tel cycle?

Exercice II: Coloration d'un graphe (6 points)

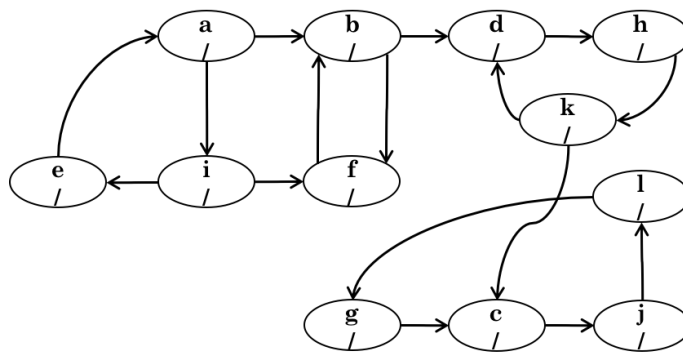
Considérons le graphe $G = (V, E)$:



1. Maximiser et minimiser le nombre chromatique, $\chi(G)$, de G .
2. En appliquant un algorithme de son choix, proposer une bonne coloration pour les sommets de G .
3. Proposer une bonne coloration pour les arêtes de G .

Exercice III: Parcours d'un graphe (7 points)

Considérons le graphe $G = (V, E)$:



1. Ce graphe est-il fortement connecté? Contient-il des ponts (bridges)? Si oui, donner-les.
2. Dans le cas où le graphe n'est pas fortement connecté, indiquer ses composantes fortement connexes et donner son graphe réduit G_R .
3. Appliquer l'algorithme DFS sur le graphe G en commençant par le sommet a . S'il y a une décision à prendre entre plusieurs sommets, choisir d'abord la lettre la plus proche du début de l'alphabet. Indiquer, pour chaque sommet, le temps de découverte (d) et le temps de finition (f).
4. Dessiner l'arbre de parcours obtenu par DFS. Que remarque-t-on en ce qui concerne les ponts?